

Roll No.

(152)

4070

Printed Pages—4+2]

5B.Sc.(IT)4

Bachelor of Science (Information Technology)

(Fifth Semester) Examination, May/June 2019

FUNDAMENTAL OF MATHEMATICS-V

(Optimisation and Graph Theory)

अवधि/Duration : 3 घंटे/Hours]

[पूर्णांक/Max. Marks : 100

[न्यूनतम उत्तीर्णांक/Min. Pass Marks : 40

निर्देश :

1. प्रश्न-पत्र पाँच इकाइयों में विभाजित है । प्रत्येक इकाई में आन्तरिक विकल्प दिया गया है ।
2. प्रत्येक इकाई से **एक** प्रश्न का उत्तर दीजिए । इस प्रकार कुल **पाँच** प्रश्नों के उत्तर दीजिए ।
3. **सभी** प्रश्नों के लिए समान अंक नियत हैं ।
4. जहाँ आवश्यकता हो वहाँ उपयुक्त डाटा माना जा सकता है ।
5. अनुवाद में विसंगति होने पर अंग्रेजी स्वरूप को सही माना जाए ।
6. प्रश्न-पत्र में परीक्षार्थी निर्धारित स्थान पर अपना रोल नम्बर अंकित करें ।

Instructions :

1. The Question Paper is divided in five Units. Each unit carries an internal choice.
2. Attempt *one* question from each Unit. Thus attempt *five* questions in all.
3. *All* questions carry equal marks.
4. Assume suitable data wherever necessary.
5. English version should be deemed to be correct in case of any anomaly in translation.
6. Candidate should write his/her Roll Number at the prescribed space on the question paper.

P.T.O.

इकाई I/(Unit I)

1. (a) λ तथा μ का मान ज्ञात करो यदि समतल $\lambda x^2 - \mu yz = (\lambda + 2)$, $4x^2 y + z^3 = 4$ बिन्दु $(1, -1, 2)$ पर विभाजित करते हों।

Find the value of constants λ and μ so that the surfaces $\lambda x^2 - \mu yz = (\lambda + 2)$, $4x^2 y + z^3 = 4$ intersect orthogonally at the point $(1, -1, 2)$

- (b) सिद्ध करो कि $5^{2n} - 1$ पूर्णतः विभाजित है 24 से जहाँ n कोई धनात्मक पूर्णांक है।

Prove that $5^{2n} - 1$ is divisible by 24 where n is any positive integer.

अथवा/(Or)

2. (a) माना कि V तथा W रैखिक परतंत्र सदिश हैं, सिद्ध करो कि V , W तथा $(V + W)$ भी रैखिक सदिश होंगे।

Assume that V and W are linear independent vectors. Prove that V , W and $(V + W)$ are linear independent vectors.

- (b) सिद्ध करो कि :

$$[(1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5)]$$

\mathbb{R}^3 का आधार नहीं है।

Show that :

$$[(1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5)]$$

is not a basis of \mathbb{R}^3 .

इकाई II/(Unit II)

3. (a) निम्न में से कौन $S \subseteq V$ तथा S उपसमुच्चय है। उत्तर में हाँ लिखें यदि S उपसमुच्चय है तथा ना लिखें यदि S उपसमुच्चय नहीं है।

Which of the following subsets $S \subseteq V$ are subspace of V ? Write Yes if S is a subspace and No if S is not subspace.

- (b) स्पर्शरेखा समतल तथा अभिलम्ब रेखा का समीकरण ज्ञात करो यदि बिन्दु (1, 1, 2) तथा सतह का समीकरण $Z^2 = 7 - x^2 - 2y^2$ है।

Find the equation of the tangent plane and the normal line at the point (1, 1, 2) to the surface given by $Z^2 = 7 - x^2 - 2y^2$.

अथवा/(Or)

4. (a) यदि v वास्तविक संख्या R के क्षेत्र में सदिश अंतराल है, तो सिद्ध कीजिए कि V की दिशा n है तथा v समरूपीय है R^n के।

Let V be a vector space over the field of real numbers R . Prove that if the dimension of V is n , then v is isomorphic to R^n .

- (b) फलन $\phi = x^2yz + 3xz^2$ के दिशात्मक अवकल गुणांक सदिश $2i - j - 2k$ की दिशा में बिन्दु (1, -2, 1) पर ज्ञात कीजिए।

Find Directional derivative of $\phi = x^2yz + 4xz^2$ if the direction of $2i - j - 2k$ at the point (1, -2, 1).

इकाई III/(Unit III)

5. (a) समीकरण $3x = \cos x + 1$ का मूल न्यूटन-रॉफ़सन विधि से दशमलव के तीन स्थानों तक सही ज्ञात कीजिए।

Find the root of the equation $3x = \cos x + 1$ by Newton-Raphson method correct to three places of decimal.

- (b) निम्नलिखित terms को समझाइये :

Explain the following terms :

- (i) Isomorphic Graph
- (ii) Hamiltonian Graph
- (iii) Euler Graph
- (iv) Binary Tree.

अथवा/(Or)

6. (a) निम्न L.P.P. को सिम्पलेक्स विधि द्वारा हल कीजिए :

Solve the following L.P.P. by Simplex method :

$$\text{Maxi } Z = 3x_1 + 2x_2$$

Subject to constraints :

$$x_1 + x_2 \leq 4$$

$$x_1 - x_2 \leq 2$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$

- (b) हेमिल्टोनियन परिपथ तथा यूलेरियन परिपथ को परिभाषित कीजिए। एक रेखाचित्र बनाइए जिसमें छः शीर्ष हों तथा वह एक हेमिल्टोनियन परिपथ भी हो मगर यूलेरियन परिपथ ना हो।

Define Hamiltonian Circuit and Eulerian Circuit. Draw a graph with six vertices containing a Hamiltonian circuit but not Eulerian Circuit.

इकाई IV/(Unit IV)

7. (a) निम्नलिखित पर संक्षिप्त टिप्पणी लिखिये :

Define the following :

(i) Spanning Tree

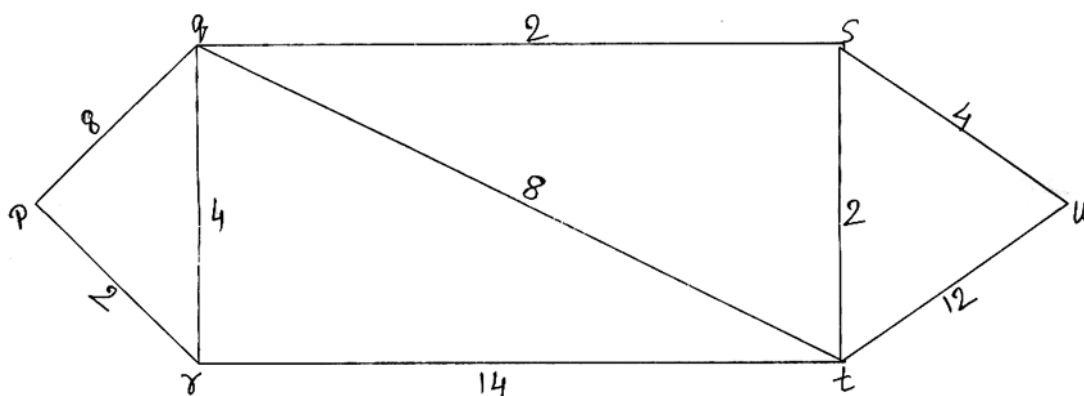
(ii) Rooted Tree

(iii) Eulerian Graph

(iv) Planer Graph.

- (b) नीचे दिये गये रेखाचित्र से शीर्ष p तथा u के बीच न्यूनतम रास्ता ज्ञात कीजिए :

Find the Shortest Path between P to U for the following Graph :



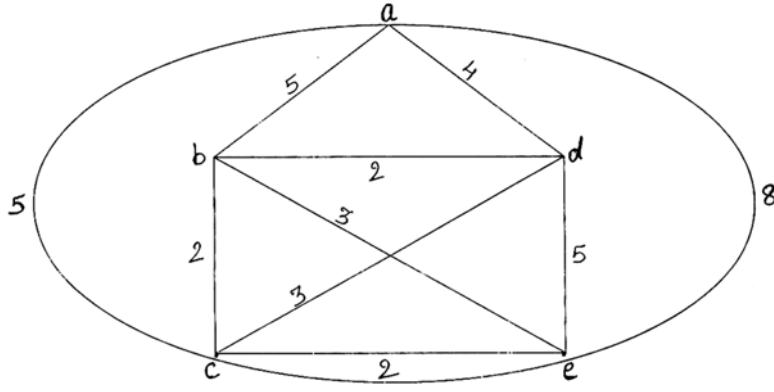
अथवा/(Or)

8. (a) प्रदर्शित कीजिए कि एक साधारण रेखाचित्र जिसमें n शीर्ष है तो उसमें अधिकतम कोरें $\frac{n(n-1)}{2}$ हैं।

Prove that the maximum number of edges in a graph with n vertices is $\frac{n(n-1)}{2}$.

- (b) नीचे दिये गये रेखाचित्र के लिए न्यूनतम हेमिल्टोनियन परिपथ ज्ञात कीजिए :

Determine a Minimum Hamiltonian Circuit for the graph given below :



इकाई V/(Unit V)

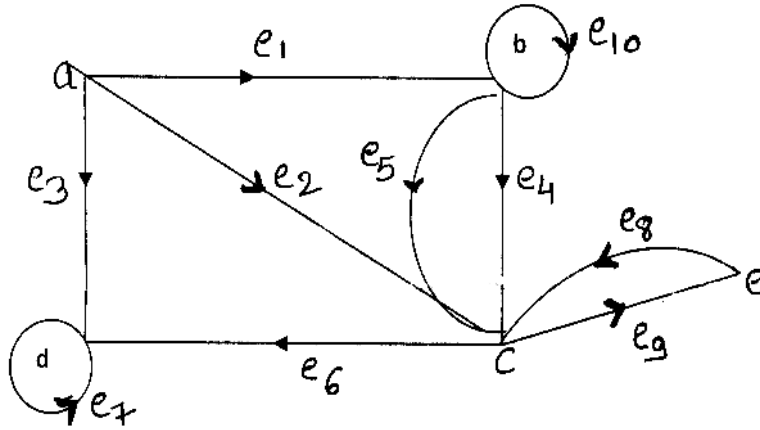
9. (a) एक रेखाचित्र निम्नांकित संलग्न आव्यूह द्वारा दर्शाया गया है। जांच कीजिए कि यह संबंध रेखाचित्र है अथवा नहीं :

A graph is given by adjacency matrix check whether it is connected or not :

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 3 & 2 \\ 2 & 3 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(b) नीचे दिये गये रेखाचित्र के लिये संलग्नता आव्यूह लिखिये :

Find the adjacency matrix of the given graph :



अथवा/(Or)

10. (a) नीचे दी गई संलग्न मैट्रिक्स से रेखाचित्र बनाइये :

Draw the graph having the following matrix as its Adjacency matrix :

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

(b) सिद्ध कीजिए कि एक समूह में दो साधारण उपसमूह का सर्वनिष्ठ सदैव साधारण उपसमूह ही होता है।

Show that the intersection of two Normal Subgroup of a group is a normal subgroup.